Statistischer Anhang

(vgl. Bamberg 1991, Hartung 1995, Rousseeuw 1987, Schlittgen 1996, Staudte 1990, Schwaiger 1993)

Stichprobe um Umfang n: $x_1, x_2, ..., x_n$

Ordnungsstatistiken: $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}$

Arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Median:

$$x_{med} = \begin{cases} x_{((n+1)/2)} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Minimum und Maximum:

$$x_{\min} = \min_i \{x_i\} = x_{(1)} \; ; \; x_{\max} = \max_i \{x_i\} = x_{(n)}$$

Standardabweichung:

$$\hat{s}_x = \sqrt{(n-1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

a*-getrimmtes Mittel:*

$$x_a = (n - 2[na])^{-1} \sum_{i=[na]+1}^{n-[na]} x_{(i)} \quad , 0 < a < 0.5$$

M-Schätzer:

$$\hat{q} = \underset{q \in \Theta}{\arg\min} \sum_{i=1}^{n} r\,((x_i - q)/t) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} y\,((x_i - \hat{q})/t) = 0 \quad mit\; y\,(u) = \tfrac{dr(u)}{du}$$

- Huber: $$y\,(u) = \begin{cases} u & \text{für } |u| < 1.5 \\ 1.5 \cdot sign(u) & \text{für } |u| \geq 1.5 \end{cases}$$

- Tuckey-Biweight: $$y\,(u) = \begin{cases} \tfrac{u}{6}\left(1 - \tfrac{u^2}{36}\right)^2 & \text{für } |u| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |u| > 1 \end{cases}$$

- Hampel: $$y\,(u) = \begin{cases} u & \text{für } |u| < 1.5 \\ 1.5 \cdot sign(u) & \text{für } 1.5 \leq |u| < 3.6 \\ 0.341 \cdot (8 - |u|) \cdot sign(u) & \text{für } 3.6 \leq |u| < 8.0 \\ 0 & \text{für } |u| \geq 8.0 \end{cases}$$

wobei $u = (x_i - \theta)/\hat{\tau}$ und $\hat{\tau}$ eine geeignete Schätzung der Standardabweichung

Hochrechnung:

freie Hochrechnung mit Schichtung: Aufteilung der Stichprobe und der Grundgesamtheit in h Schichten mit den Umfängen $n_1, ..., n_h$ $(\Sigma_{j=1}^{h} n_j = n)$ und $N_1, ..., N_h$ $(\Sigma_{j=1}^{h} N_j = N)$, wobei x_{ih} die i-te Beobachtung in der h-ten Schicht bezeichnet

$$T_x = \sum_{j=1}^{h} N_j \bar{x}_j \quad mit\; \bar{x}_j = n_j^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ih}$$

$$\hat{s}_{T_x} = \sqrt{\sum_{j=1}^{h} \tfrac{N_j^2}{n_j} \cdot \hat{s}_{x_j}} \quad mit\; \hat{s}_{x_j} = \sqrt{(n_j - 1)^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$$